

R. Vogel

## Fließen von Selbstverdichtendem Beton - Das Fließgesetz -

### Einleitung

Zur rheologischen Beschreibung der Materialeigenschaften von SVB bzw. dessen Basismörtel wird nach der einschlägigen Literatur oft das bekannte Gesetz von BINGHAM, oder auch dem Materialverhalten entsprechend, die empirische Beziehung von HERSCHEL-BULKLEY verwendet. Die Wiedergabe einer Fließkurve mit dem zuletzt genannten mathematischen Modell führt dabei zu Risiken, auf die im folgenden hingewiesen werden soll. Aus der Kritik dieser Beziehung resultiert ein Vorschlag für ein neues, dem Fließverhalten des SVB Rechnung tragendes Fließgesetz.

### Betrachtung des HERSCHEL-BULKLEY -Modells

In der Regel wird hierfür die Schreibweise  $\tau = \tau_0 + k \cdot \dot{\gamma}^n$  gewählt. Rein formal betrachtet, können gegen diese Formulierung drei Einwände<sup>1)</sup> vorgetragen werden:

1. Die Einheit von  $k$  [ $\text{Pa s}^n$ ] ist von der Potenz des Schergefälles abhängig.  $k$  ist offenbar keine reine Stoffgröße, also auch nur bedingt zur Kennzeichnung von Stoffen geeignet.
2. Bei  $\dot{\gamma} = 0$  ist  $\tau = \tau_0$ , außerdem auch  $\frac{d\tau}{d\dot{\gamma}} = k \cdot n \cdot \dot{\gamma}^{n-1}$  und somit  $\left(\frac{d\tau}{d\dot{\gamma}}\right)_{\dot{\gamma}=0} = 0$ .

D.h. aber nichts anderes, als dass das Fluid in Ruhe (Stillstand der Scherkörper) seine Materialeigenschaft, die plastische Viskosität verliert. Das ist physikalisch absurd.  
(Durch die Bestimmung von  $\tau_0$  über Extrapolation entsteht daraus ein zusätzlicher Fehler.)

3. Bei sehr großen Schergefällen  $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$ , geht auch  $\tau \rightarrow \infty$ , bzw.  $\left(\frac{d\tau}{d\dot{\gamma}}\right)_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \rightarrow \infty$ .

Dies bedeutet: Das Fluid ist ein Festkörper !?

*Anmerkung:* Diese Aussagen gelten für den Exponenten  $n > 1$ . Bei pseudoplastischem Material, also  $n < 1$ , sind die Grenzfälle 2. und 3. im Ergebnis zu vertauschen.

Aus der Sicht technischer Realität und insbesondere unter dem Blickwinkel der Charakterisierung von SVB muss man dem einschränkend hinzufügen:

- Der Einwand 3. ist unerheblich; denn extrem große Schergefälle kommen im betrachteten Anwendungsfall nicht vor.

---

<sup>1)</sup> Von REINER bereits 1928 in einem Diskussionsbeitrag anlässlich des Plastizitätskolloquiums in Easton, Pa., sinngemäß angesprochen.

- Die Feststellung **1.** kann man abmindern, wenn man für eine bestimmte Stoffgruppe einen fixen Exponenten bestimmt. Es bleibt aber festzustellen, dass  $k$  keine unabhängige Stoffgröße repräsentiert.
- Schwerwiegend ist der Kritikpunkt **2.**, da gerade für die vorgesehene Anwendung der Bereich der Fließkurve nahe Null interessiert, besonders deshalb, weil es auf eine realistische Extrapolation von Versuchswerten  $|\dot{\gamma}; \tau|$  und damit auf eine zuverlässige Bestimmung der Fließgrenze  $\tau_0$  ankommt.

### Resultat:

Die *HERSCHEL-BULKLEY*-Approximation darf nur fern vom Nullpunkt verwendet werden und auch nur dann, wenn der  $\tau_0$ -Wert im Verhältnis zum absoluten Extrapolations-Fehler genügend groß ist. Für die rheologische Beschreibung von SVB, insbesondere zur Bestimmung der Fließgrenze dieses Mediums, sollte *H.-B.* nicht verwendet werden.

### Ein spezieller Ansatz

Ein gekrümmter Verlauf der Fließkurve – wie er bei SVB, dessen Basismörtel und auch Bestandteilen vorkommen kann – weist darauf hin, dass die Scherbelastung auch eine Änderung der Viskosität bewirkt. Aus diesem Sachverhalt resultiert für die Fließkurve  $\tau(\dot{\gamma})$  die allgemeine Formulierung

$$\tau = \eta(\tau) \cdot \dot{\gamma} \quad *) \quad (1)$$

Wenn man im weiteren die genannten Mängel von Potenz-Gleichungen ausschalten will, so muss einerseits bedacht werden, dass die Viskosität einer Flüssigkeit weder Null noch unendlich sein kann, also stets einen endlichen Wert besitzen muss, und dass andererseits jede Flüssigkeit vom Grundsatz her *NEWTON*'sche Merkmale besitzt. Um letztere zu erkennen, muss die Belastung nur klein genug gewählt werden; denn nur dann kann man mit der Proportionalität  $\dot{\gamma} \sim \tau$  rechnen. Wie dominant diese Eigenschaft sein kann, kann nur aus Experimenten abgelesen werden.

Abb.1 zeigt im unteren Teil die Schergefälleabhängigkeit  $\dot{\gamma}(\tau)$  für ein Fluid mit pseudoplastischen Eigenschaften. Die dort eingetragene Tangente soll den *NEWTON*'schen Ursprung dieser Funktion verdeutlichen. Der obere Teil dieses Bildes zeigt die damit verbundene Änderung der relativen Viskosität  $\varphi = \eta/\eta_0$ . Die Abweichung der Funktion  $\varphi(\tau)$  von 1,0 (*NEWTON*) bringt die mit der Belastung des Materials einhergehende ‚Verflüssigung‘ zum Ausdruck. Mit Abb.1 wird der obengenannte Grundsatz realisiert, der sich im Falle  $\tau = 0$  in einem  $\varphi = \eta/\eta_0 = 1$  bzw.  $\eta = \eta_0$  widerspiegelt.

---

\*)  $\tau$  steht hier für den Teil der Schubspannung, der die Viskositätsänderung bewirkt, also bei Fluiden mit Fließgrenze diesen speziellen Bereich ausschließt.

Alle denkbar möglichen Funktionen  $\varphi(\tau)$  müssen diesem Sachverhalt Rechnung tragen. In Anlehnung an Abb.1 wäre z.B. zu schreiben

$$\varphi = 1 - f(\tau) \quad \text{oder in Form einer Reihe}$$

$$\varphi = 1 - q \cdot \tau + (q \cdot \tau)^2 - (q \cdot \tau)^3 + \dots$$

Bei kleinen Scherraten könnte die Verflüssigung dann auch durch  $\varphi \approx 1 - q \cdot \tau$  (2)

zumindest angedeutet werden. Greift man vorerst diese Variante auf, so ist mit

$$\eta(\tau) \approx \eta_0 \cdot (1 - q \cdot \tau) \quad (3)$$

eine einfache Möglichkeit zur Abbildung der Verflüssigung aufgezeigt. Darin ist der Gradient  $q$  auch als eine Bezugsspannung im Sinne von

$$q = \frac{1 - \varphi/\varphi_0}{\tau} = 1/\sigma \quad \text{deutbar. Von dieser Vorstellung ausgehend, wird nun geschrieben:}$$

$$\eta = \frac{d\tau}{d\dot{\gamma}} = \eta_0 \cdot (1 - \tau/\sigma) \quad \text{und folglich}$$

$$\eta_0 \cdot d\dot{\gamma} = \frac{d\tau}{1 - \tau/\sigma} \quad (4)$$

Die Integration dieses Ausdrucks liefert

$$-\frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma} = \ln|1 - \tau/\sigma| + C, \quad (5)$$

wofür man mit dem Grenzfall  $\tau = 0$  ein  $C = 0$

erhält. Anstelle von Gl.(5) kann man dann auch schreiben

$$\exp\left[-\frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma}\right] = 1 - \frac{\tau}{\sigma} \quad \text{bzw. nach Umstellung} \quad \tau = \sigma \cdot \left\{1 - \exp\left[-\frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma}\right]\right\}. \quad (6)$$

Für bestimmte Anwendungsfälle ist es zweckmäßig und vielfach auch anschaulicher die mit Gl.(6) charakterisierte Fließkurve umzuschreiben. Entwickelt man den Exp.-Anteil in eine Reihe, so erhält man an Stelle von Gl.(6)

$$\begin{aligned} \tau &= \sigma \cdot \left\{1 - \left[1 + \frac{1}{1!} \left(-\frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma}\right) + \frac{1}{2!} \left(-\frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma}\right)^2 + \frac{1}{3!} \left(-\frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma}\right)^3 + \dots\right]\right\} \\ &= \eta_0 \cdot \dot{\gamma} \cdot \left\{1 - \frac{1}{2!} \frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma} + \frac{1}{3!} \left(\frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma}\right)^2 - \frac{1}{4!} \left(\frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma}\right)^3 + \dots\right\}, \\ &= \eta_0 \cdot \dot{\gamma} \cdot \left\{1 - \left[\frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma}\right] + \frac{2}{3} \cdot \left[\frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma}\right]^2 - \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma}\right]^3 + \dots\right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

oder auch als Näherungslösung für  $\frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma} < 1$

$$\tau \approx \eta_0 \cdot \dot{\gamma} \cdot \frac{1}{\left\{1 + \frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma}\right\}}. \quad (8)$$

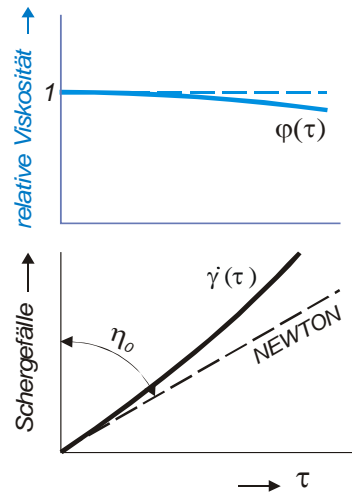


Abb.1 Schergefälle- und Viskositätsverlauf für eine pseudoplastische Flüssigkeit

Geht man nun davon aus, dass die Materialdeformation mit Gl.(2) nicht ausreichend beschrieben wird, so kann als plausible Annahme eine exponentielle Veränderung der relativen Viskosität  $\varphi(\tau)$  konstatiert werden.

Für Gl.(2) steht dann 
$$\varphi \approx \frac{1}{\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\sigma}\right) . \quad (9)$$

In gleicher Weise wie oben, folgt dann aus 
$$\frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma} = \int \frac{\sigma \cdot d(\tau/\sigma)}{\exp(-\tau/\sigma)} \quad \text{das Ergebnis}$$

$$\tau = \sigma \cdot \ln \left[ 1 + \frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma} \right] . \quad (10)$$

Oder in Gestalt einer Reihe

$$\tau = \eta_0 \cdot \dot{\gamma} \cdot \left\{ 1 - \left[ \frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma} \right] + \frac{4}{3} \cdot \left[ \frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma} \right]^2 - \frac{8}{4} \cdot \left[ \frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma} \right]^3 + \dots \right\} . \quad (11)$$

Auch hier kann man als Näherung

$$\tau \approx \eta_0 \cdot \dot{\gamma} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma} \right\}} = \eta_0 \cdot \dot{\gamma} \cdot \left\{ 1 - \left[ \frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma} \right] + \left[ \frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma} \right]^2 - \left[ \frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma} \right]^3 + \dots \right\} \quad \text{verwenden.}$$

Bei einem Vergleich der Lösungen Gln.(7) und (11) erkennt man an den Faktoren vor den eckigen Klammern, dass das Näherungsergebnis zwischen beiden liegt.

Alle drei Gleichungen – (6), (8) und (10) – erfüllen (voraussetzungsgemäß) die Nullbedingung, nämlich  $\eta = \eta_0$  bei  $\dot{\gamma} = 0$ . Darüber hinaus machen die verschiedenen Schreibweisen deutlich, dass die Fließkurve  $\tau(\dot{\gamma})$  allein durch zwei Materialeigenschaften bestimmt wird. Das sind die Nullviskosität  $\eta_0$  [Pa s] und der Gradient  $1/\sigma$  [1/Pa] aus  $\varphi(\tau)$ . Beide sind typisch und kennzeichnend für den jeweiligen Stoff.

Die genannten Beziehungen gelten für die beschriebene pseudoplastische Verformung. Bei dilatantem Materialverhalten kann sinngemäß vorgegangen werden. Im Ergebnis ist ein Vorzeichenwechsel in der jeweiligen geschweiften Klammer festzustellen. Verwendet man die Näherungslösung, so gilt allgemein für die Fließkurve

$$\begin{array}{l} \text{Bei pseudoplast. Materialverhalten (+)} \\ \text{bei Dilatanz (-)} \end{array} \quad \tau = \eta_0 \cdot \dot{\gamma} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 \pm \frac{\eta_0}{2 \cdot \sigma} \cdot \dot{\gamma} \right\}} . \quad (12)$$

Den Voraussetzungen entsprechend, gelten alle Gleichungen für kleine Schergefälle mit  $\dot{\gamma} \geq 0$ . Wird diese Bedingung eingehalten, so sollte Gl.(12) an Stelle der OSTWALD-Formulierung verwendet werden.

Wird als weitere Materialeigenschaft eine Fließgrenze  $\tau_0$  festgestellt, so muss anstelle von  $\tau$  auf der linken Seite der angeführten Gleichungen die Differenz  $\tau - \tau_0$  stehen. Fragt man dann nach der

Vergleichbarkeit mit Ergebnissen aus dem *BINGHAM* -Gesetz, so ist diese gegeben; dem für alle drei Formulierungen – (6), (8) und (10) – zeigt eine Grenzwertbetrachtung

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} (\tau - \tau_0) = \eta_0 \cdot \dot{\gamma} \quad , \quad \text{dass } \eta_0 \hat{=} \eta_{pl} \text{ entspricht.}$$

Zur Einschätzung bzw. Bewertung der vorliegenden Ergebnisse, sind diese dem bekannten Wissensstand in der nachfolgenden Tafel gegenübergestellt.

Tafel 1 *Modellbeziehungen zur Auswertung von Fließkurven von Selbstverdichtendem Beton, dessen Basismörtel sowie Bestandteilen.*

Gleichungsbezug	<i>BINGHAM</i>	<i>HERSCHEL- BULKLEY</i>	<i>neuer VORSCHLAG</i>	
		pseudoplast dilatant $n < 1 < n$	pseudoplast dilatant (+) (-)	
$\tau - \tau_0$	$\eta_{pl} \cdot \dot{\gamma}$	$k \cdot \dot{\gamma}^n$	$\eta_0 \cdot \dot{\gamma} \cdot \frac{1}{1 \pm \frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma}}$	(13)
$d\tau / d\dot{\gamma}$ wahre Viskosität	$\eta_{pl}$	$n \cdot k \cdot \dot{\gamma}^{n-1}$	$\eta_0 \cdot \frac{1}{[1 \pm \frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma}]^2}$	(14)
$(d\tau / d\dot{\gamma})_{\dot{\gamma}=0}$	$\eta_{pl}$	0	$\eta_0$	
$(\tau - \tau_0) / \dot{\gamma}$ scheinbare Viskosität	$\eta_{pl}$	$k \cdot \dot{\gamma}^{n-1}$	$\eta_0 \cdot \frac{1}{1 \pm \frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma}}$	(15)

In den ersten Spalten dieser Tafel stehen die bekannten Modellgleichungen, die um das Ergebnis der vorliegenden Arbeit – der Übersichtlichkeit halber und wegen der Anwendungsempfehlung nur die Näherungslösungen – ergänzt wurden. Für die gegebene Situation, nämlich Fließkurven von SVB etc. durch eine treffende Modellbeziehung wiedergeben zu können, liefert Zeile 3 von Tafel 1 das Entscheidungskriterium. Dort ist die Viskosität des nachzubildenden, zu beurteilenden Fluids angegeben, die bei geringster Scherung, incl.  $\dot{\gamma} = 0$  anliegt. Sowohl beim *BINGHAM* -Modell, als auch bei allen Beziehungen in der letzten Spalte, findet man einen endlichen Wert für die Viskosität, der darüber hinaus noch untereinander vergleichbar ist, da  $\eta_0 \hat{=} \eta_{pl}$  entspricht. Bei beiden Modellbeziehungen ist dies eine Orientierungsgröße, die sowohl für die Bestimmung der *wahren* als auch der *scheinbaren* Viskosität Gültigkeit besitzt. Wie bereits eingangs herausgearbeitet, bietet hier die *HERSCHEL-BULKLEY* -Beziehung mit  $\eta = 0$  eine unbefriedigende Lösung an.

Die beiden Ausdrücke in der letzten Spalte, die die Viskosität beschreiben, legen es nahe, den neuen Vorschlag zur Erfassung der Fließkurve auch als modifizierte *BINGHAM* -Variante mit Viskositätskorrektur zu deuten.

Nicht immer ist es möglich, die Fließkurve in Form von  $\tau(\dot{\gamma})$  anzugeben. Muss man mit den Basis-messgrößen Vorgabedrehzahl  $N$  und Drehmoment  $T$  auskommen, so treten anstelle von Gln.(13) und (14) die Beziehungen

$$T - T_0 = h_0 \cdot N \cdot \frac{1}{1 \pm a \cdot N} \quad (13.1)$$

$$\frac{dT}{dN} = \frac{h_0}{(1 \pm a \cdot N)^2} = h \quad (14.1)$$

Die Größe  $h$  steht darin für den Momentengradienten, der die wahre Viskosität symbolisiert. In diese Kategorie der Fließkurven  $T(N)$ , die streng genommen ‚nur‘ Zellen-Kennlinien sind, gehören auch alle mit spezielleren Rührsystemen ermittelten. In einem solchen Fall ist zu beachten, dass an die Zellen-Kennlinien sowohl stoffliche (fluide) Eigenschaften, als auch geometrische Details der Zelle gebunden sind. Da insbesondere das Strömungsfeld nicht ohne weiteres zu beschreiben ist und überhaupt keine Vergleichsbasis zur Spaltströmung besteht, können die Größen  $h_0$  und die Kombination  $a = h_0/2s$  nur als (auf die Geometrie) bezogene Stoffgrößen gewertet werden. Trotz aller Einwände bieten die Ausdrücke (13.1) und (14.1) eine wertvolle Hilfe bei der Beurteilung bestimmter Fluide, z.B. von Frischmörteln. Offen bleibt jedoch die Wertung von  $a$  [mNm min /mNm], denn es besteht nur eine indirekte Proportionalität zu  $\eta_0/2\sigma$ .

## Über bisherige Erfahrungen

*Beispiel 1 :* Die rheologische Kennzeichnung von wässrigen MC-Lösungen mit Hilfe der OSTWALD -de WAELE -Approximation ist zwar gang und gäbe, aber nicht immer befriedigend, besonders im Bereich kleiner Scherraten. Da damit die stoffrelevanten Aussagen zur jeweiligen MC unsicher werden, wurde u.a. auch eine Auswertung der aufgenommenen Fließkurven mit Hilfe des neuen

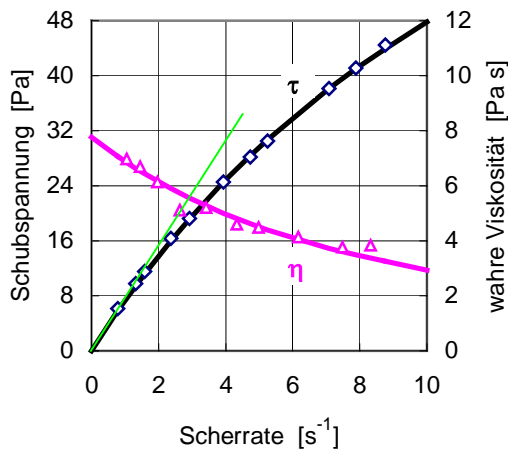


Abb.2 Fließkurve und Viskosität einer 2% wässrigen MH 10 003 P4 – Lösung

Fließmodells vorgenommen. In Abb.2 sind Versuchsergebnisse  $|\dot{\gamma}; \tau|$  festgehalten (hohle Punkte). Die verbindende Kurve  $\tau(\dot{\gamma})$  folgt aus der mathematischen Darstellung der Fließkurve nach Gl.(8).

Die zu  $\tau = \frac{\eta_0 \cdot \dot{\gamma}}{\left\{ 1 + \frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma} \right\}}$  gehörenden Para-

meter sind  $\eta_0 = 7,77 \text{ Pa s}$  und  $\sigma = 68,2 \text{ Pa}$ , wobei die Nullviskosität  $\eta_0$  durch die in der Grafik zu findende (grüne) Tangente angezeigt wird. Mit den angegebenen Parametern kann nun auch geprüft werden, ob die Einsatzbedingung für Gl.(8) eingehalten wird. Im Bereich  $\dot{\gamma} \leq 10 \text{ s}^{-1}$  ist diese mit

$$\frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma} = 0,63 < 1 \quad \text{erfüllt.}$$

Mit Abb.2 ist eine gute Übereinstimmung von Experiment und Modellvorstellung festzustellen. Diese Aussage bezieht sich nicht nur auf die Fließkurve, sondern auch auf den Viskositätsverlauf. Dieser wird einerseits durch den Differenzenquotienten aus den Messwerten der Fließkurve (Dreiecke) belegt, andererseits durch die ausgezogene Kurve, die auf dem Differentialquotient entsprechend Gl.(14) basiert. Wie man sieht, besitzt die Viskosität auch bei  $\dot{\gamma} = 0$  einen endlichen Wert, nämlich  $\eta_0 = 7,77 \text{ Pas}$ .

*Beispiel 2 :* Im Zusammenhang mit der granulometrischen Optimierung von Selbstverdichtendem Beton verwendet S. Gläβ nach umfangreichen Teiluntersuchungen u.a. eine Rührer-Messzelle zur Deutung der Fließeigenschaften des Frischmörtels. Die für zwei Mörtel angegebene Zusammensetzung ist in Tafel 3 festgehalten. Diese Angaben lassen leider keinen Schluss auf die verborgenen Extras zu. Aus den Messwerten  $|N;T|$  der Fließkurve zieht Gläβ den Schluss, dass sich beide Mischungen,

trotz Optimierung mit Ausbreit- und Durchströmtests im Mörtelversuch, in ihrem rheologischen Verhalten bei Messungen mit dem VISKOMAT PC unterscheiden. Die Rezeptur mit der optimalen Korngrößenverteilung zeigt eine niedrigere Fließgrenze und eine geringere Viskosität. Beide Fließgrenzen sind größer Null. Eine Darstellung der Messwerte durch ein Fließmodell wird dort allerdings nicht vorgezeigt. Mit Abb.3 wird dies

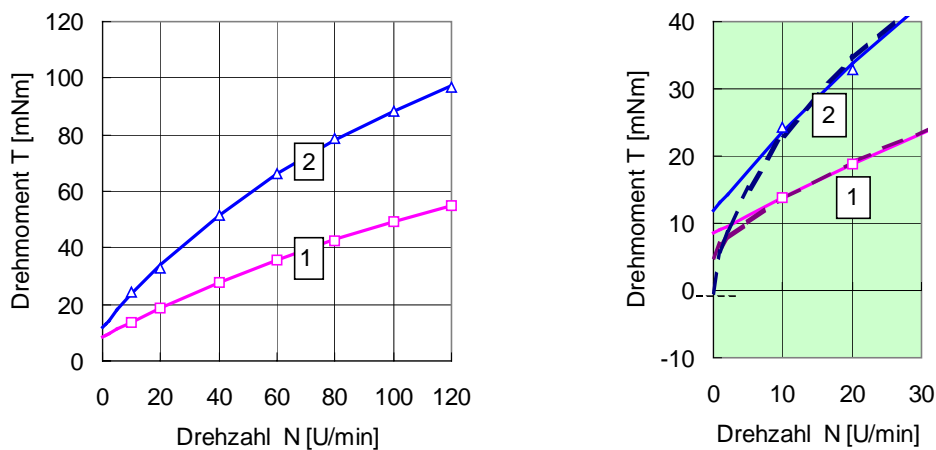


Abb.3 Fließkurven optimierter SVB-Basismörtel; Versuchsergebnisse von S. Gläß<sup>2)</sup>

nachgeholt. Die Versuchsergebnisse (hohle Punkte) sind hierin durch einen Kurvenzug ergänzt worden, der sich über Gl. (13.1) ergibt. Dem Augenschein nach ist mit der Beziehung

$$T = T_0 + h_0 \cdot N \cdot \frac{1}{1 + a \cdot N}$$

eine gute Wiedergabe der experimentellen Befunde erreichbar. Interessant ist in diesem Zusammenhang auch ein Vergleich mit dem *HERSCHEL-BULKLEY*-Modell. Wie zu erwarten, sind die Unterschiede besonders auffällig bei kleinen Drehzahlen, was aus dem im rechten Bildausschnitt eingetragenen gestrichelten Kurvenverlauf deutlich wird.

Tafel 2

Die Parameter der untersuchten Mörtel.

Blau hinterlegte Werte wurden über die H.-B.-Gleichung bestimmt.

Mörtel	$T_0$ [mNm]	$k$ [mNm min <sup>n</sup> ]	$n$ [-]	$h_0$ [mNm min]	$a$ [min]
1	5,0	1,66	0,712		
	8,5			0,548	0,00347
2	-0,5	6,28	0,575		
	11,9			1,23	0,00609

<sup>2)</sup> S. Gläß, Bewertung von Feinststoffen bezüglich ihrer Eignung für Selbstverdichtende Betone durch granulometrische und rheologische Untersuchungen .. Studienarbeit 2001, FINGER-Institut, Bauhaus-UNI Weimar.

In Tafel 2 sind die einzelnen Parameter beider Fließmodelle aufgeschrieben. Die Ergebnisse aus der *H.-B.*-Approximation sind farbig hinterlegt. Ein Vergleich der Parameter untereinander ist nur bei den Angaben in der ersten Spalte direkt möglich. Die Werte dort unterscheiden sich erheblich. Selbstverständlich ist, dass die *H.-B.*-Fließgrenzen unter denen des eigenen Modells liegen. Allerdings dürfte der negative Wert auf die Fragwürdigkeit dieses Ansatzes hinweisen.

Es erhebt sich nun noch die Frage, in welcher Größenordnung sollte  $T_0$  liegen, damit die genannten Mörtel den Anforderungen an SVB gerecht werden. *S. Gläß* stellt fest: 'Bei beiden Mörteln mussten sowohl Wasser als auch Fließmittel nachdosiert werden, um die geforderten Eigenschaften des SVB zu erreichen.' und zwar bei Mörtel 2 bis zu  $23 \text{ l/m}^3$  Beton. Da hierfür keine weitere Fließkurve ermittelt wurde, kann man nur feststellen, dass die in Tafel 2 angegebenen Fließgrenzen  $T_0$  und letztlich auch die Angaben zum Momentengradienten  $h_0$  als Orientierungswerte zu hoch sind. Da beiden Mörteln Wasser nachdosiert wurde, ist anzunehmen, dass Fließgrenzen unter  $T_0 < 8,5 \text{ mNm}$  erstrebenswert sind.

Tafel 3 Für SVB optimierte Mörtel. Angaben nach *S. Gläß*

		Mörtel 1	Mörtel 2	
W/Z	[-]	0,56	0,47	W = Wasser
F/Z	[-]	1,0	1,0	Z = Zement
S/Z	[-]	2,02	2,11	F = Füller
Fm/Z	[%Z]	1,1	1,1	Fm = Fließmittel
W/P	[-]	0,28	0,235	P = Pulver = Z + F
$\rho_M$ (ohne Luft)	$[\text{kg/m}^3]$	2277	2343	S = Sand
$\rho_M$ (mit Luft)	$[\text{kg/m}^3]$	2207	2269	M = Mörtel

## Zusammenfassung

Speziell für Selbstverdichtendem Beton, seinem Basismörtel sowie seinen Komponenten wird eine neue, anwendungsorientierte mathematische Beziehung zur Wiedergabe von Fließkurven entwickelt. Sie lautet:

$$\tau = \tau_0 + \eta_0 \cdot \dot{\gamma} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 \pm \frac{\eta_0}{2 \cdot \sigma} \cdot \dot{\gamma} \right\}} \quad \begin{array}{l} (+) \text{ Bei pseudoplast. Materialverhalten} \\ (-) \text{ bei Dilatanz} \end{array}$$

Den Voraussetzungen entsprechend, gilt diese Beziehung für kleine Schergefälle mit  $\dot{\gamma} \geq 0$  bzw. mit der Einschränkung  $\frac{\eta_0}{2\sigma} \cdot \dot{\gamma} < 1$ .

Das neue Fließmodell ist vom Anspruch her besonders für kleine Scherraten gedacht, da sich in diesem Bereich Materialeigenschaften besonders deutlich abzeichnen. Im Besonderen soll es dazu dienen, bei Extrapolation von Messwerten die Fließgrenze präziser bestimmen zu können. Die damit ermittelbaren Materialeigenschaften sind mit denen aus dem *BINGHAM*-Gesetz direkt vergleichbar. Denn die Grenzwertbetrachtung

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} (\tau - \tau_0) = \eta_0 \cdot \dot{\gamma} \quad , \quad \text{zeigt die Kongruenz von } \eta_0 \text{ und } \eta_{pl} \text{ .}$$

Ist die Messzelle mit einem Rührwerk vergleichbar, so wird unter Beachtung von  $a \cdot N < 1$

$$T = T_0 + h_0 \cdot N \cdot \frac{1}{\{1 \pm a \cdot N\}} \quad \text{zur Darstellung der Kennlinie } T(N) \text{ empfohlen.}$$

Im Vergleich mit der derzeitigen Handhabung, Fließkurven mit Hilfe der empirischen Beziehung von *HERSCHEL-BULKLEY* abzubilden, zeigen einfache Anwendungsbeispiele die Zweckmäßigkeit des neuen Fließmodells.

### Verwendete Formelzeichen

$a$	[mNm min /mNm]	Proportionalitätsfaktor
$\alpha$	[Pa s /Pa]	$= \eta_0/2\sigma$ Materialmodul
$C$	[-]	Integrationskonstante
$h$	[mNm min]	Momentengradient
$h_0$	[mNm min]	Momentengradient bei $N = 0$
$\eta$	[Pa s]	Viskosität (wahre)
$\eta_{pl.}$	[Pa s]	plastische Viskosität
$\eta_0$	[Pa s]	Null-Viskosität
$\dot{\gamma}$	[s <sup>-1</sup> ]	Schergefälle, Scherrate
$\varphi$	[-]	$= \eta/\eta_0$ relative Viskosität
$k$	[Pa s <sup>n</sup> ]	Proportionalitätsfaktor entsprechend <i>H.-B.-Gleichung</i>
$n$	[-]	Fließexponent
$N$	[U/min]	Drehzahl
$s$	[mNm]	Bezugsmoment
$\sigma$ <sup>3)</sup>	[Pa]	Bezugsspannung bei $\eta/\eta_0 = 0$
$q$	[Pa <sup>-1</sup> ]	Proportionalitätsfaktor
$T$	[mNm]	Drehmoment
$\tau$	[Pa]	Schubspannung, Fließspannung
$\tau_0$	[Pa]	(Schubspannung an der) Fließgrenze

<sup>3)</sup> Hinweis zur Grenzwert-Ermittlung

1. Schritt:  $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \left\langle \sigma \cdot \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma} \right] \right\} \right\rangle = \infty \cdot 0$  ; macht Umstellen erforderlich.

2. Schritt:  $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \left\langle \frac{\left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma} \right] \right\}}{\frac{1}{\sigma}} \right\rangle = \frac{0}{0}$  ; Anwendung der l'Hospitalschen Regel

3. Schritt:  $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \frac{f(\sigma)}{g(\sigma)} = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \frac{f'(\sigma)}{g'(\sigma)} = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \left\langle \frac{\eta_0 \cdot \dot{\gamma} \cdot (-\sigma^{-2}) \cdot \exp \left[ -\frac{\eta_0}{\sigma} \cdot \dot{\gamma} \right]}{-\sigma^{-2}} \right\rangle = \eta_0 \cdot \dot{\gamma}$  .